

# PROJEKTOWANIE ELEMENTÓW DO PROWADZENIA ŚWIATŁA ZA POMOCĄ ALGORYTMÓW GENETYCZNYCH

**Grzegorz Żegliński**

*Politechnika Szczecińska, Instytut Elektroniki i Informatyki*

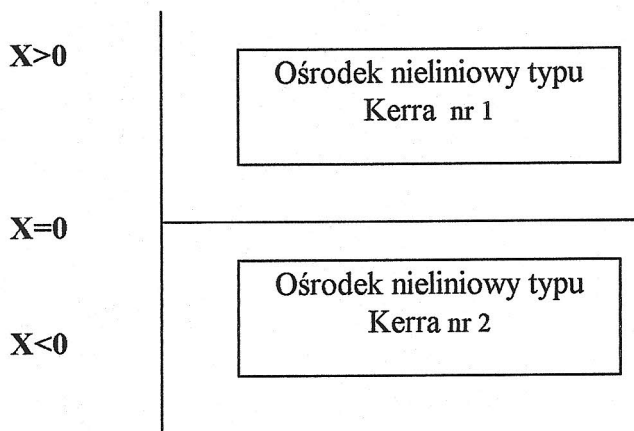
*ul. 26 kwietnia 10, Szczecin*

## Wprowadzenie

Teoria algorytmów genetycznych bardzo szybko znalazła zastosowanie w praktycznych układach rzeczywistych, gdzie problemem była optymalizacja wielu zmiennych. W większości zastosowań optymalizacja algorytmami genetycznymi dała bardzo dobre rezultaty, bardzo często lepsze niż tradycyjne metody. W przypadku omawianym w pracy metoda ta posłużyła do uzyskania rozwiązania problemu prowadzenia światła na płaskiej granicy rozdziału dwóch ośrodków nieliniowych typu Kerra.. Tematyka zachowania się fal na granicy dwóch ośrodków nieliniowych była poruszona w pracy [3], gdzie zbadano możliwość istnienia fal powierzchniowych. Najczęściej były rozpatrywane przypadki, gdy jeden z ośrodków był ośrodkiem liniowym [2-4].

## 1. Opis ośrodka i pola fali typu TM

Rozważane będą 2 ośrodki typu Kerra w obszarach  $x>0$  i  $x<0$  z płaską granicą rozdziału jak na rys.1.



Rys. 1. Geometria problemu

Ośrodki nieliniowe 1 i 2 można opisać za pomocą tensora przenikalności dielektrycznej  ${}^j\hat{\epsilon}(j=1,2)$ . Tensor ten wygląda w sposób następujący

$${}^j\widehat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} {}^j\varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & {}^j\varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & {}^j\varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Składowe tensora przenikalności dielektrycznej wyrażają się następującymi zależnościami:

$${}^j\varepsilon_{11} = {}^j\varepsilon \quad (2)$$

$${}^j\varepsilon_{22} = {}^j\varepsilon_{33} = {}^j\varepsilon_1 + \alpha_j \cdot |E_z|^2 \quad (3)$$

Zakładamy, że ośrodek 2 ( $j=2$ ) jest optycznie gęstszy niż ośrodek 1 ( $j=1$ ), tzn. część liniowa współczynnika załamania światła w ośrodku 2 jest większa niż w ośrodku 1,

${}^j\varepsilon_1, {}^j\varepsilon$  - przenikalności liniowe ośrodków

$\alpha_j$  - współczynniki nieliniowości

$E_z$  - składowa podłużna pola elektrycznego fali

Ośrodek 1 jest opisany parametrami  ${}^1\varepsilon, {}^1\varepsilon_1, \alpha_1$ , natomiast ośrodek 2 opisany jest parametrami  ${}^2\varepsilon, {}^2\varepsilon_1, \alpha_2$ .

Poszukiwanym rozwiązaniem problemu jest fala typu TM o składowej  $E_z$ .

$${}^jE_z(x, z, t) = {}^jE_z(x) \cdot \exp\{i(k_0 h z - \omega t)\} \quad (4)$$

$k_0$  - liczba falowa dla próżni

$h$  - stała propagacji wzdłuż granicy rozdziału ośrodków

## 2. Równania falowe Maxwella dla pola TM i ich rozwiązania

Fala elektromagnetyczna propaguje się w kierunku osi Z. Równania dla takiej propagacji fali będą wyglądać następująco:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = i\omega\varepsilon_0 {}^j\varepsilon_{11} {}^jE_x = ik_0 h {}^jH \quad (5)$$

$$\frac{\partial {}^jH}{\partial x} = -i\omega\varepsilon_0 {}^j\varepsilon_{33} {}^jE_z \quad (6)$$

$$k_0 h^2 {}^jE_x + ih \frac{\partial {}^jE_z}{\partial x} = k_0 {}^j\varepsilon_{11} {}^jE_x \quad (7)$$

gdzie:

$${}^jE_x(x, z, t) = {}^jE_x(x) \cdot \exp\{i(k_0hz - \omega t)\} \quad (8)$$

$${}^jE_z(x, z, t) = {}^jE_z(x) \cdot \exp\{i(k_0hz - \omega t)\} \quad (9)$$

$${}^jH_y(x, z, t) = {}^jH_y(x) \cdot \exp\{i(k_0hz - \omega t)\} \quad (10)$$

Zakładamy, że fala jest wolnozmienna (8-10). Dla takiego założenia możemy przekształcić równania (5)-(7) otrzymując równanie falowe:

$$\frac{d^2 {}^jE_z}{dx^2} - \frac{{}^jk^2}{{}^j\varepsilon} \left( {}^j\varepsilon_1 + \alpha_j |{}^jE_z|^2 \right) {}^jE_z = 0 \quad (11)$$

gdzie

$${}^jk^2 = k_0^2 (h^2 - {}^j\varepsilon) \quad (12)$$

h-stała propagacji

Rozwiązanie równania falowego (11), możemy wyrazić następująco:

$${}^jE_z(x) = \delta_j \cdot \text{cn}[\gamma_j(x - x_{0j}) | m_j] \quad (13)$$

$x_{0j}$ -druga stała całkowania

$\delta, \gamma$ - parametry określające charakter funkcji cosinus jacobiego określone jako:

$$\delta_j = \frac{{}^ja + ({}^ja + 4|{}^jb|C_1)^{1/2}}{2|{}^jb|} \quad (14)$$

$$\gamma_j = ({}^ja + 4|{}^jb|C_1)^{1/4} \quad (15)$$

Zakładając, że ten typ fali powinien rozchodzić się w ośrodku 2 przyjmujemy  $j=2$ .

Gdy  $m=1$  to  $C_1=0$  cosinus jacobiego przybiera postać zanikającą. Rozwiązanie ma wtedy następującą postać:

$${}^jE_z = \left(\frac{a_j}{b_j}\right)^{1/2} \{ch[a_j(x - x_{0j})]\}^{-1} \quad (16)$$

gdzie  $a$  i  $b$  są zdefiniowane następująco:

$$a_j = \frac{{}^jk^2 {}^j\varepsilon_1}{{}^j\varepsilon} \quad (17)$$

$$b_j = \frac{\alpha_j}{2} \frac{{}^jk^2}{{}^j\varepsilon} \quad (18)$$

Zakładając, że fala zanikająca powinna rozchodzić się w ośrodku 1 ( $x>0$ ), przyjmujemy dla wzorów (16)-(18)  $j=1$ .

### 3. Warunki ciągłości i równanie dyspersyjne

Warunek ciągłości zdefiniowany dla  $x=0$  jest następujący:

$${}^1H_y(0) = {}^2H_y(0) \quad (19)$$

Znajdując z równań (4)-(6)  $\frac{d^1E_z}{dx}$ ,  $\frac{d^1E_z}{dx}$  otrzymujemy:

$$\frac{d^1E_z}{dx} = \frac{{}^1k^2 \cdot {}^1H_y(x)}{i\omega\epsilon_0 {}^1\epsilon} \quad (20)$$

$$\frac{d^1E_z}{dx} = \frac{{}^2k^2 \cdot {}^2H_y(x)}{i\omega\epsilon_0 {}^2\epsilon} \quad (21)$$

Korzystając z równania (19) otrzymamy:

$$\frac{{}^1\epsilon}{{}^1k^2} \frac{d^1E_z}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{{}^2\epsilon}{{}^2k^2} \frac{d^2E_z}{dx} \Big|_{x=0} \quad (22)$$

Z równania (22) możemy obliczyć stałą C1.

$$C1 = \frac{{}^2k^2}{{}^2\epsilon} \left\{ \left[ \frac{{}^1\epsilon^2 k^2}{{}^2\epsilon {}^1k^2} {}^1\epsilon_1 - {}^2\epsilon_1 \right] E_0^2 + 1/2 \left[ \frac{{}^1\epsilon^2 k^2}{{}^1\epsilon {}^2k^2} \alpha_1 - \alpha_2 \right] E_0^4 \right\} \quad (23)$$

gdzie

$$E_0 = {}^1E(x=0) = {}^2E(x=0) \quad (24)$$

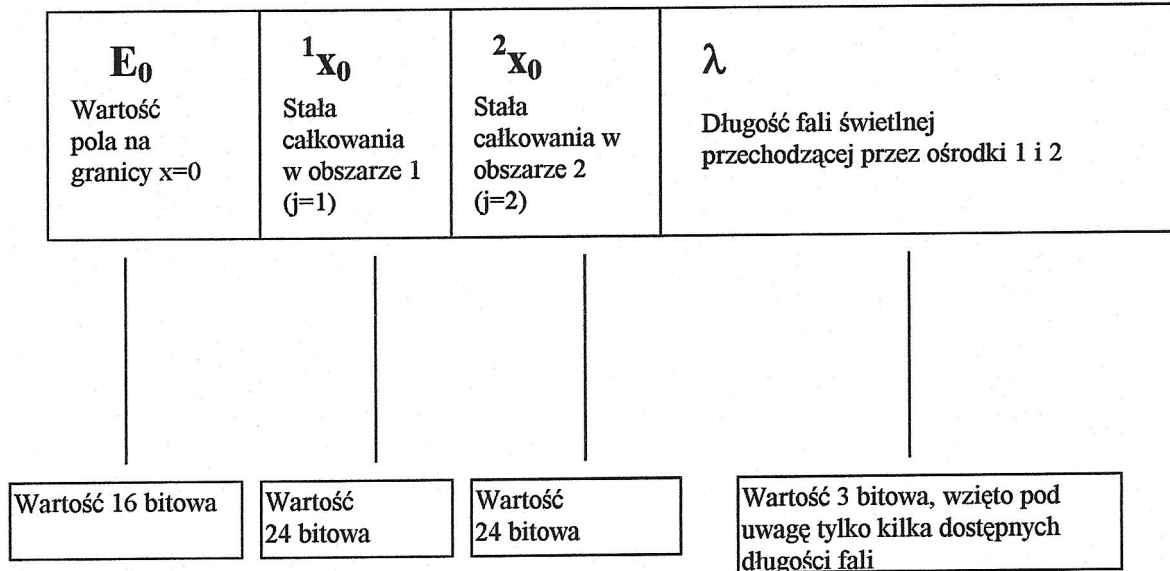
Korzystając z warunków (22) i (24) ciągłości składowych stycznych na granicy rozdziału ( $x=0$ ) otrzymujemy następujący układ równań:

$$\delta \cdot cn(\gamma^2 x_0) = \left( \frac{a_1}{|b_1|} \right)^{1/2} [ch(a_1 {}^1x_0)]^{-1} \quad (25)$$

$$\frac{{}^2\epsilon}{k_2^2} \delta \gamma sn(\gamma^2 x_0) dn(\gamma^2 x_0) = \frac{{}^1\epsilon}{{}^1k^2} \frac{a_1^{3/2}}{|b_1|^{1/2}} th(a_1 {}^1x_0) [ch(a_1 {}^1x_0)]^{-1} \quad (26)$$

#### 4. Budowa chromosomu i funkcja przystosowania

Zadaniem jest wyznaczenie takiej stałej  $h$ , aby były spełnione zależności (25) i (26) dla danych dwóch ośrodków, dopuszczalna jest pewna modyfikacja tych ośrodków. Chromosom do rozwiązania tego zadania ma następującą budowę



Rys. 2. Budowa chromosomu do rozwiązania zadania

Budowę funkcji przystosowania oparto na podstawie równań (25) i (26)

$$F1 = \delta \cdot cn(\gamma \cdot {}^2x_0) - \left(\frac{a_1}{|b_1|}\right)^{1/2} [ch(a_1 \cdot {}^1x_0)]^{-1} \quad (27)$$

$$F2 = \frac{{}^2\varepsilon}{k_2^2} \delta \gamma sn(\gamma {}^2x_0) dn(\gamma {}^2x_0) - \frac{{}^1\varepsilon}{k_1^2} \frac{a_1^{3/2}}{|b_1|^{1/2}} th(a_1 {}^1x_0) [ch(a_1 {}^1x_0)]^{-1} \quad (28)$$

Ostateczna funkcja przystosowania w tym zagadnieniu wyraża się wzorem

$$F = \frac{\sqrt{(F1)^2 + (F2)^2}}{A} \quad (29)$$

Funkcja (29) jest funkcją przyjmującą wartości z przedziału  $[0 \div 1]$ , dzięki znormalizowaniu wzoru przez stałą  $A$ . Dobór stałej  $A$  wymaga osobnych obliczeń dla danego ośrodka tylko w początku.

#### 5. Algorytm genetyczny

Do rozwiązania użyto klasycznego algorytmu genetycznego opisanego w pracy [5]. Jako metodę selekcji zastosowano metodę stochastyczną z resztą z zastąpieniem (Remainder stochastic sampling with replacement) [5-6]. Wielkość populacji=500 i 1000 osobników. Ilość generacji 100-200.

## 6. Wyniki obliczeń

Do obliczeń wykorzystano następujące dane:

- ośrodek 1 - kryształ MBBA ( $n_{01}=1.55$ ,  $n_{21}=10^{-9}\text{m}^2/\text{W}$ )
- ośrodek 2 - kryształ YAG ( $n_{02}=1.83$ ,  $n_{22}=3\cdot 10^{-9}\text{m}^2/\text{W}$ )

Długość fali dla której uzyskano najlepsze chromosomy  $\lambda=632\text{nm}$

Otrzymano 2 rozwiązania  $h_1=-1.79$  i  $h_2=1.78$

Można założyć, że  $h\approx\pm 1.8$

Moc fal TM można wyrazić wzorem:

$$P = \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \frac{\omega \cdot \varepsilon(\omega)}{\mu_0 k c^2} \int_{-\infty}^{\infty} |E_z|^2 dz - \frac{ic^2}{\omega \cdot \varepsilon(\omega)} \int_{-\infty}^{\infty} (H_y \frac{\partial B_y}{\partial z}) dz \right] \quad (30)$$

gdzie

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (31)$$

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \quad (32)$$

N-gęstość elektronów

e-ładunek elektronu

$\varepsilon_0$ -stała przenikalności dielektrycznej

m-masa elektronu

W naszym zadaniu wartość  $\omega_p^2$  przyjmuje wartość:

$$\omega_p^2 \cong 8 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} \quad (33)$$

Dla badanego przypadku moc fal TM można wyznaczyć z następujących zależności:

$$P = P_1(x > 0) + P_2(x < 0) \quad (34)$$

$$P_1 = P_{01} \frac{\varepsilon_1 h}{k_0^2 (h^2 - \varepsilon_1)} \quad (35)$$

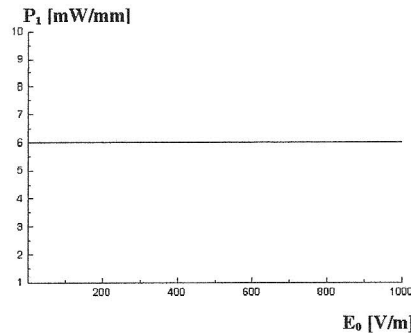
$$P_2 = P_{02} \alpha_2 \delta^2 \frac{1}{\gamma^2} h \left\| E[am(x), m - \sqrt{1 - m^2} x] \right\|_{x=-\frac{\pi}{2}}^0 \cdot \frac{1}{m^2} \quad (36)$$

gdzie

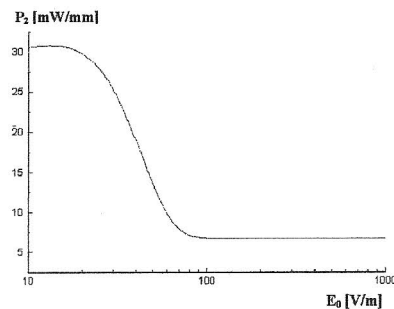
$$m = \frac{\alpha_2 \delta^2}{2\gamma^2} \quad (37)$$

$$P_{0j} = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}}{2k_0\alpha_j} \quad (38)$$

Na podstawie równań (30-38) sporządzono wykresy mocy (rys4-5).



Rys. 3. Zależność mocy w ośrodku 1 od E0



Rys.4. Zależność mocy w ośrodku 2 od E0

## 7. Podsumowanie

W pracy została pokazana metoda projektowania elementów zbudowanych z 2 ośrodków typu do prowadzenia światła. Wyznaczenie stałej propagacji  $h$ , oraz mocy w ośrodkach 1 i 2 określa nam dokładnie zachowanie się światła na granicy rozdziału tych ośrodków nieliniowych. Metoda ta może być również zastosowana dla przypadku fal typu TE. W przypadku pola typu TE dzięki zastosowaniu metody algorytmu wykryto zjawisko bistabilności, mogące posłużyć do projektowania optoelektronicznych elementów logicznych. Wyniki otrzymane w pracy pokazują możliwość propagacji jednomodowej. Inne znane algorytmy nie poradziły sobie z wyżej rozwiązaniem zadaniem, z uwagi na trudność w przypadku stosowaniu funkcji jacobiego.

**8. Literatura**

- [1] W. J. Tomlinson, „Surface wave at a nonlinear interface”, *Opt. Lett.*, vol. 5, pp. 323-325, 1980.
- [2] A.A. Maradudin, „Nonlinear surface electromagnetic waves”, in *Optical and Acoustic Waves in Solids-Modern Topics*, M. Borisov, Ed. Singapore: World Scientific Pub., 1983, p.72.
- [3] N.N. Akhmediev, „Novell class of nonlinear surface waves: Asymmetric modes in symmetric layered structure”, *Sov. Phys. JETP.*, vol. 56, pp.299-303, 1982.
- [4] A.D. Boardman and P. Egan, „Nonlinear electromagnetic surface and guided waves:theory”, in. *Proc. 2nd Int. Conf. Surface Waves in Plasmas and Solids*, S. Vukovic, Ed. (Ohrid, Yugoslavia), Singapore: World Pub., pp3-77, 1986.
- [5] D.E. Goldberg „Genetic Algorithms in Search Optimiztion, and Machine Learning”, Addison-Wesley, 1989
- [6] J.H. Holland „Adaptation in natural artifical systems”, Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.