

Projektowanie filtrów pojemnościowo-indukcyjnych z wykorzystaniem algorytmów genetycznych

Tomasz Pytlak Jacek Wiatrowski
Politechnika Warszawska
Instytut Podstaw Elektroniki
ul. Nowowiejska 15/19, 00-665 Warszawa
E-mail pytlak@ipe.pw.edu.pl

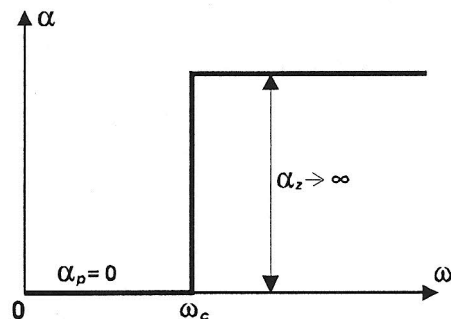
Wstęp

Przedmiotem niniejszej pracy było opracowanie komputerowej metody doboru optymalnej transmitancji filtru pojemnościowo-indukcyjnego i jej współczynników. Jako narzędziem posłużono się algorytmami genetycznymi, które są procedurami poszukiwania opartymi na mechanizmach doboru naturalnego oraz dziedziczności znanymi ze świata przyrody.

Zaprezentowany w niniejszej pracy algorytm pozwala, na podstawie założeń projektowych filtru, dobrać odpowiedniego rzędu transmitancję oraz współczynniki bez konieczności wykorzystywania obszernych, stabelaryzowanych danych. Jest metodą alternatywną wobec tradycyjnych metod projektowania filtrów LC. Pozwala uzyskać dobre rezultaty przy użyciu prostszych implementacji softwerowych.

1. Opis formalny filtrów reaktancyjnych

Filtr można uważać za układ przenoszący moc od generatora do obciążenia. Celem, jaki sobie postawiono, było znalezienie jego funkcji przenoszenia jak najbardziej wiernie przybliżającej zadaną charakterystykę. Najprostszy typ idealnej funkcji tłumienności pokazano na rys. 1.



Rys. 1
Idealna dolnoprzepustowa
charakterystyka tłumienia

W rzeczywistym przypadku moc P_2 dostarczona do obciążenia R_2 zależy od struktury filtru, wartości użytych elementów LC, a przede wszystkim jest funkcją częstotliwości. W każdym jednak przypadku moc P_2 nie może przekroczyć wartości P_{20max} , spełniając jeden z warunków nałożonych na funkcję charakterystyczną $H(s)$ opisującą filtr pasywny, wyrażony wzorem:

$$\frac{P_{20max}}{P_2} = \frac{P_{20}}{P_2} = \left| \frac{U_{20}}{U_2} \right|^2 = H(s) \geq 1 \text{ dla } R_1 = R_2$$

gdzie

$$\frac{U_{20}}{U_2} = \frac{R_1 R_2 + R_1 z_{22} + R_2 z_{11} + z_{11} z_{22} - z_{12}^2}{z_{12} (R_1 + R_2)}$$

Dla tak wyrażonej funkcji $H(s)$ opisującej filtr opracowano [1] szereg transmitancji odpowiadających konkretnym strukturom filtrów LC, wykorzystanych w algorytmie. Dla filtrów dolnoprzepustowych transmitancje te mają postać (podano przykłady dla transmitancji trzeciego i siódmego rzędu):

transmitancja 3 rzędu:

$$\frac{U_{20}}{U_2} = \frac{1}{\alpha_0 \rho_1^2} \cdot \frac{\alpha_0 f_B + jf}{f_B} \cdot \frac{\rho_1^2 f_B^2 - f^2 + 2j\alpha_1 f_B f}{f_B^2 - \Omega_1^2 f^2}$$

transmitancja 7 rzędu:

$$\frac{U_{20}}{U_2} = \frac{1}{\alpha_0 \rho_1^2 \rho_2^2 \rho_3^2} \cdot \frac{\alpha_0 f_B + jf}{f_B} \cdot \prod_{s=1}^3 \frac{\rho_s^2 f_B^2 - f^2 + 2j\alpha_s f_B f}{f_B^2 - \Omega_s^2 f^2}$$

gdzie: $\alpha_0; \alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; \rho_1; \rho_2; \rho_3; \Omega_1; \Omega_2; \Omega_3$ są poszukiwanymi współczynnikami transmitancji

2. Opis algorytmu genetycznego

W proponowanej metodzie materiałem genetycznym [3] podlegającym modyfikacjom w kolejnych iteracjach są wartości współczynników transmitancji. Tworzą one chromosom reprezentujący jedną, konkretną realizację filtru. Długość chromosomu jest zmienna, w zależności od rzędu transmitancji, którą dany chromosom przedstawia. Współczynniki transmitancji mogą przyjmować wartości z przedziału (0;1). Każdy współczynnik transmitancji został zapisany w jednej komórce chromosomu - genie, przy czym sam chromosom został podzielony na dwie części reprezentujące, pierwsza licznik transmitancji, druga jej mianownik. Przykładowy chromosom reprezentujący transmitancję siódmego rzędu przedstawia rysunek 3.

licznik
transmitancji

α_1	ρ_1	α_2	ρ_2	α_3	ρ_3	α_0
------------	----------	------------	----------	------------	----------	------------

mianownik
transmitancji

Ω_1	Ω_2	Ω_3
------------	------------	------------

Rys. 3

Chromosom zawierający wartości współczynników transmitancji siódmego rzędu.

Algorytm genetyczny poszukując rozwiązania spełniającego założenia projektowe operuje w każdej iteracji na populacji złożonej ze stu chromosomów.

2.2. Funkcja celu

Dla każdego chromosomu obliczana jest tzw. funkcja celu, która jest miarą przystosowania chromosomu, a więc oceną zdolności filtru reprezentowanego przez chromosom do spełnienia postawionych warunków. Została ona zdefiniowana jako wartość błędu średniokwadratowego i wyraża się wzorem [4]:

$$F_i = \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^N [\delta_i(k \cdot f_p)]^2}$$

przy czym $\delta_i(k \cdot f_p)$ wynosi:

- dla pasma przepustowego

$$\delta_i(k \cdot f_p) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 0 \leq \alpha_i(k \cdot f_p) \leq \alpha_p \\ \alpha_i(k \cdot f_p) - \alpha_p & \text{dla } \alpha_i(k \cdot f_p) > \alpha_p \vee \alpha_i(k \cdot f_p) < 0 \end{cases}$$

- dla strefy przejściowej

$$\delta_i(k \cdot f_p) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \alpha_i(k \cdot f_p) \geq \alpha_p/2 \\ \alpha_i(k \cdot f_p) - \alpha_p/2 & \text{dla } \alpha_i(k \cdot f_p) < \alpha_p/2 \end{cases}$$

- dla pasma zaporowego

$$\delta_i(k \cdot f_p) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \alpha_i(k \cdot f_p) \geq \alpha_z \\ \alpha_i(k \cdot f_p) - \alpha_z & \text{dla } \alpha_i(k \cdot f_p) < \alpha_z \end{cases}$$

gdzie:

i - i-ty chromosom

N - liczba punktów, w których badana jest aproksymowana charakterystyka

f_p - przyrost częstotliwości, z jakim badana jest charakterystyka

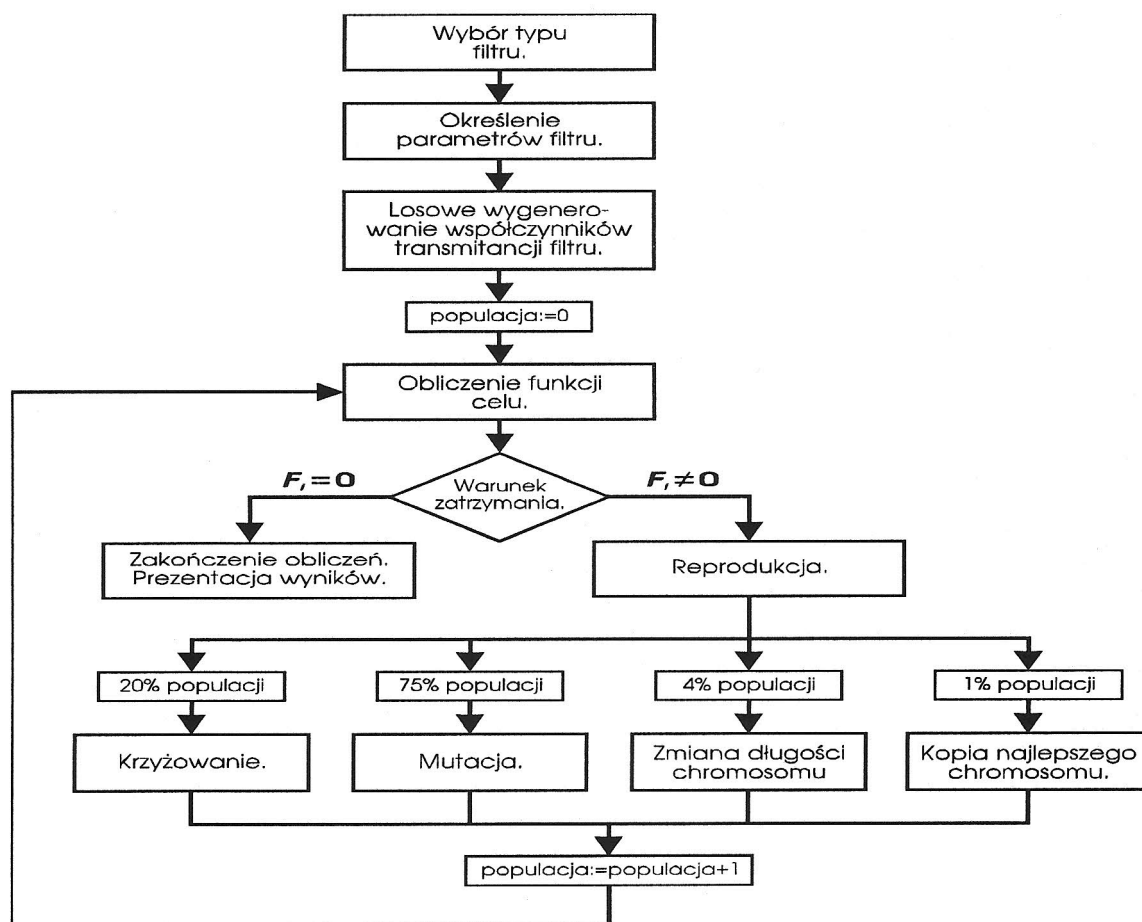
$\alpha(f)$ - rzeczywista charakterystyka tłumienia filtru, obliczana ze wzoru

$$\alpha(f) = 20 \log \left| \frac{U_{20}}{U_2} \right| [\text{dB}]$$

α_p - wartość przedziału dopuszczalnych zafalowań w pasmie przepustowym

α_z - minimalne tłumienie w pasmie zaporowym

Zgodnie z definicją funkcja celu przyjmuje wartość zero w przypadku, gdy rzeczywista charakterystyka tłumienia, wyliczona dla danego chromosomu, spełnia wszystkie warunki określone przez projektanta filtru. W pozostałych przypadkach liczona jest różnica wyrażająca odstępstwo aproksymowanej charakterystyki od wymagań projektowych. Algorytm genetyczny minimalizuje w kolejnych iteracjach funkcję celu, aż do osiągnięcia przez nią wartości zerowej.



Rys. 4
Algorytm działania programu.

2.3. Populacja początkowa

Pierwszym etapem jest wygenerowanie początkowej populacji zawierającej sto chromosomów o jednakowych długościach odpowiadających transmitancjom trzeciego rzędu. Zastosowanie minimalnej długości chromosomów zostało podyktowane koniecznością rozpoczęcia poszukiwania optymalnego filtru wśród struktur jak najmniej skomplikowanych. Użycie na tym etapie transmitancji wysokich rzędów spowodowałoby prawdopodobnie przyspieszenie procesu poszukiwań, ale prawdopodobieństwo, że uzyskany filtr będzie nieoptymalny, zbyt złożony, wzrosłoby gwałtownie. Wartości współczynników transmitancji losowane są z przedziału $(0;1)$ z równomiernie rozłożonym prawdopodobieństwem. Po wygenerowaniu populacji, na podstawie obliczonych dla każdego chromosomu funkcji celu sprawdza się, czy któryś spełnia wymagania projektowe. Jeśli taki przypadek nie nastąpił, modyfikuje się całą populację w taki sposób, by potomne chromosomy były średnio lepsze od swoich poprzedników. Służą do tego celu cztery operacje genetyczne. Są to: reprodukcja, krzyżowanie, mutacja, zmiana długości chromosomu. Algorytm przedstawiony jest na rys. 4.

3. Wyniki symulacji komputerowych

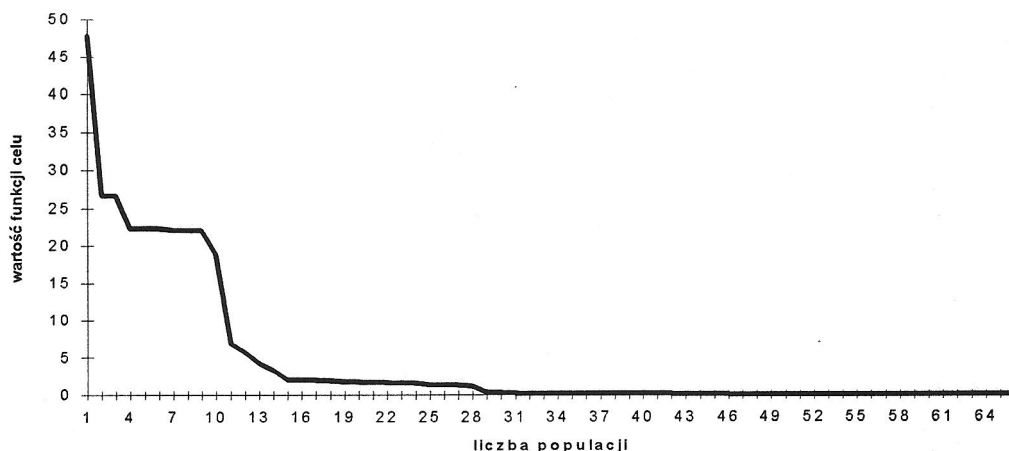
3.1 Zbieżność algorytmu

Symulacje komputerowe miały na celu zbadanie zbieżności opracowanego algorytmu. Przedmiotem zainteresowania była ilość iteracji, po której spełnione jest kryterium stopu oraz przydatność uzyskanych wyników do praktycznego zastosowania w układzie elektronicznym. Przeprowadzenie szeregu testów pozwoliło dobrać optymalne wartości operatorów genetycznych, zwiększające efektywność programu.

Na rysunku 5 przedstawiono wykres zmian wartości funkcji celu w kolejnych iteracjach algorytmu, dla filtru górnoprzepustowego piątego rzędu o parametrach:

- przedział dopuszczalnych zafalowań w pasmie przepustowym 1 dB
- dopuszczalne minimalne tłumienie w pasmie zaporowym 45 dB
- koniec pasma zaporowego 5 kHz
- początek pasma przepustowego 7 kHz

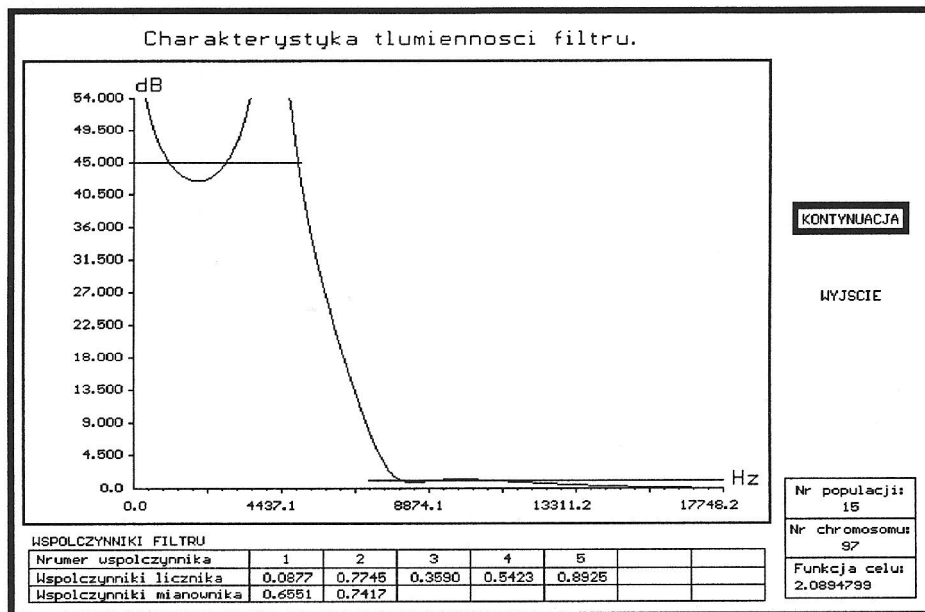
Wartość funkcji celu była obliczana dla najlepiej dopasowanego chromosomu w każdej populacji.



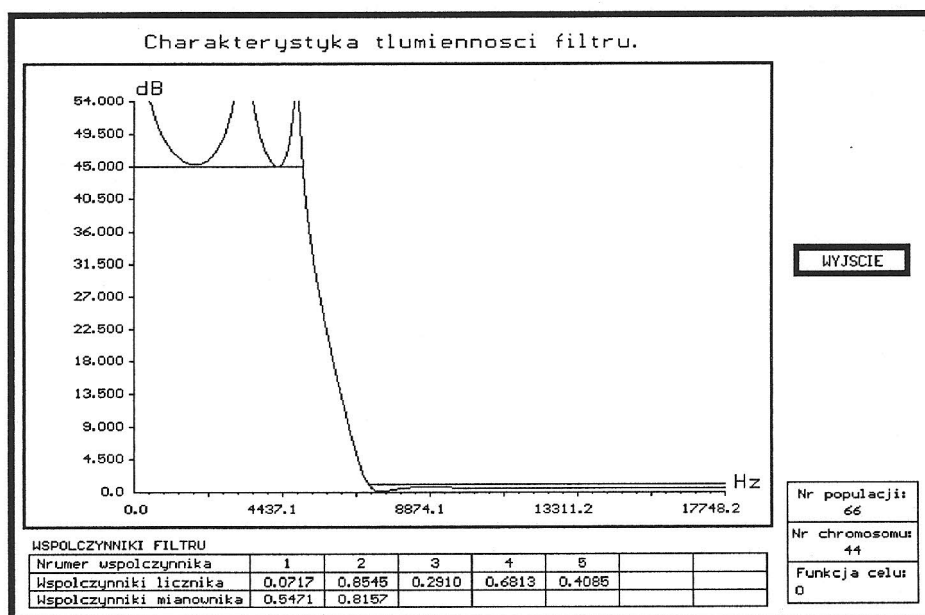
Rys. 5

Zmiany funkcji celu w funkcji ilości iteracji.

Zgodnie z oczekiwaniami funkcja celu malała w kolejnych iteracjach algorytmu, co oznaczało coraz lepsze dopasowanie transmitancji. Spełnienie wszystkich warunków projektowych nastąpiło dla 66 populacji. Początkowe szybkie zmniejszanie się wartości funkcji celu wiąże się z przeszukiwaniem dużej przestrzeni rozwiązań i odnajdywaniem bardziej obiecujących obszarów. Po znalezieniu interesującej charakterystyki filtru następuje znacznie powolniejszy proces doprecyzowania jej współczynników. Na kolejnych rysunkach widać proces adaptacji charakterystyki tłumienia filtru do zadanych przez projektanta warunków.



Rys. 6
Stan dopasowania po 15 iteracjach.



Rys. 7
Całkowite dopasowanie po 66 iteracjach.

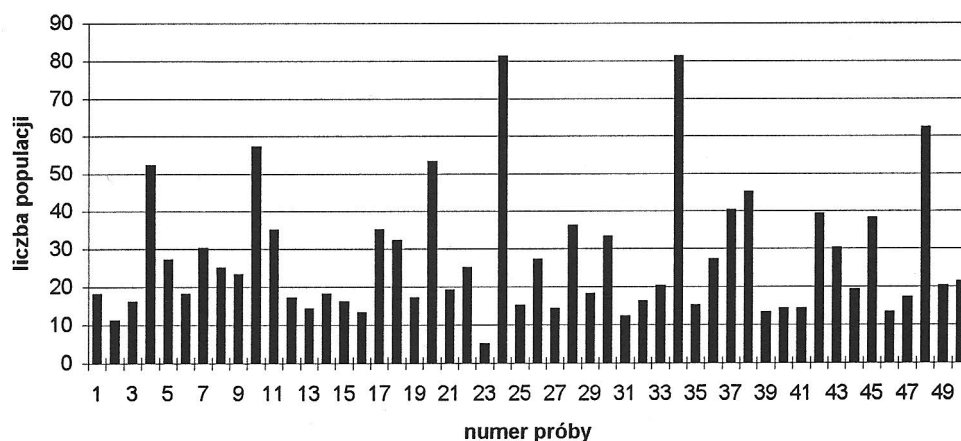
Warto zwrócić uwagę na pozyskanie właściwego typu oraz rzędu transmitancji już w pierwszych kilkunastu populacjach (rys. 6). Oczywiście etap ten jest na ogół tym dłuższy, im docelowa transmitancja jest wyższego rzędu. Poszukiwania są bowiem rozpoczynane od transmitancji trzeciego rzędu i w przypadku konieczności wydłużane są operatorem zmiany rzędu filtru. Znacznie powolniejszy, wymagający większej ilości iteracji jest proces doprecyzowywania optymalnych wartości poszczególnych współczynników transmitancji. Dla transmitancji wyższych rzędów jest on zwykle dłuższy z powodu większej ilości współczynników. W celu zbadania średniej ilości iteracji, po której spełnione jest kryterium stopu, przeprowadzono serie 50 prób dla

każdego rodzaju filtru. Badaniu zostały poddane filtry o transmitancjach trzeciego, piątego i siódmego rzędu. Wyniki uzyskane dla filtru trzeciego rzędu ujęto w poniższym zestawieniu.

Filtr dolnoprzepustowy trzeciego rzędu

Zadane parametry:

- dopuszczalne zafalowania w pasmie przepustowym - 1 dB
- dopuszczalne minimalne tłumienie w pasmie zaporowym - 37 dB
- koniec pasma przepustowego - 50 Hz
- początek pasma zaporowego - 120 Hz

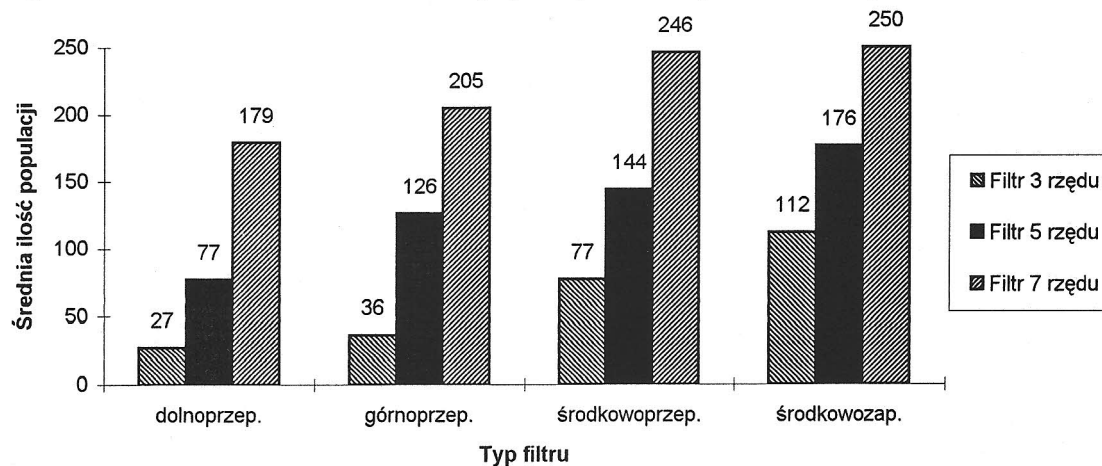


Rys. 8

Wartości populacji wygenerowanych w poszczególnych próbach dla filtru dolnoprzepustowego trzeciego rzędu.

Średnia ilość populacji = 27

Na rysunku 9 zestawiono średnie ilości populacji dla wszystkich badanych filtrów.



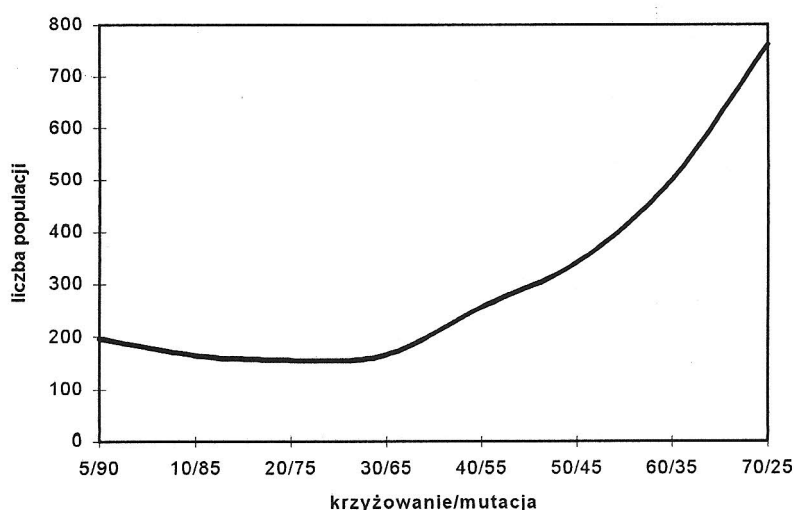
Rys. 9

Średnia ilość populacji, po której spełnione jest kryterium stopu dla filtrów różnego typu.

Jak wynika z wykresów, średnia ilość populacji wymagana do pełnego dopasowania transmitancji zależy od typu wybranego filtru i postawionych przez projektanta wymagań. Bardziej restrykcyjne warunki nałożone na filtr pociągają za sobą konieczność zastosowania transmitancji wyższego rzędu, bardziej skomplikowanej, co powoduje wydłużenie procesu iteracyjnego. Typ filtru również wpływa na złożoność transmitancji. Filtry dolno- przepustowe mają prostszą strukturę niż na przykład filtry środkowozaporowe, ich transmitancja łatwiej daje się kształtować i dlatego proces projektowania jest krótszy.

3.2. Wartości operatorów genetycznych

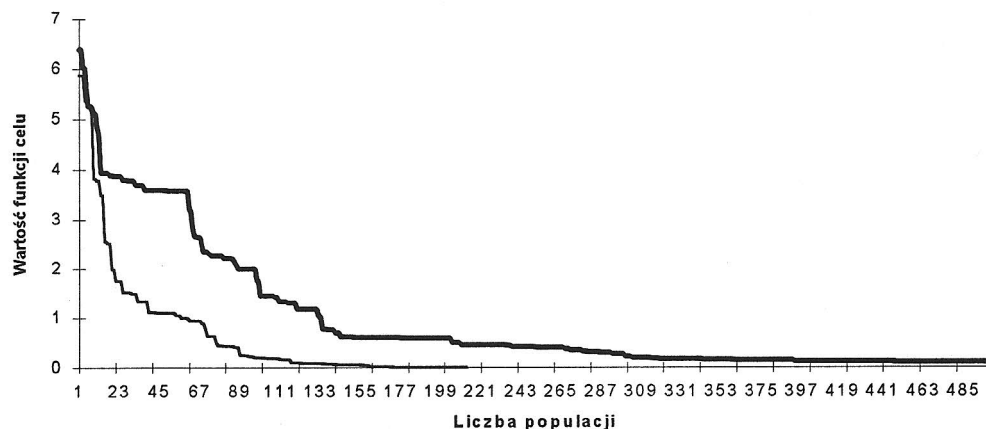
Efektywność programu uzależniona jest od przyjętej strategii i wartości operatorów genetycznych. Szczególną rolę w kreowaniu nowych, bardziej optymalnych rozwiązań mają operacje genetyczne krzyżowania i mutacji. W celu ustalenia najkorzystniejszej proporcji ich udziału w tworzeniu kolejnej populacji przeprowadzono serie po dziesięć symulacji dla różnych wartości stosunku operacji mutacji do operacji krzyżowania. Wyniki w postaci wykresu przedstawia rysunek 10. Na podstawie testu przyjęto udział mutacji na poziomie 75% , a operacji krzyżowania na poziomie 20%. Wartości te zapewniały najkrótszy proces iteracyjny, poszukujący optymalnego rozwiązania. Operacja modyfikacji długości chromosomu posiada jedynie 4% udziału w tworzeniu nowej populacji. Jest to jednak wartość wystarczająca, umożliwiającą optymalne dopasowanie rzędu transmitancji. Wartości większe powodowały zbyt częste przypadki szybkiego przechodzenia w kierunku transmitancji wysokich rzędów, którym łatwiej spełnić nałożone warunki, lecz które narzucały nieoptymalne, niepotrzebnie rozbudowane struktury filtrów. Przy mniejszym udziale operacji modyfikacji długości chromosomu proces iteracyjny wpadał w obszary minimów przestrzeni należące do transmitancji zbyt niskich rzędów, by spełnić kryterium zadania.



Rys. 10
Średnia ilość populacji dla różnych wartości stosunku udziałów operacji krzyżowania do mutacji.

Poprawę efektywności programu uzyskano również dzięki zawężaniu po każdej iteracji obszaru poszukiwań. Odbyna się to poprzez zmniejszanie przedziału dopuszczalnych wartości, z którego losowane są poprawki modyfikujące współczynniki transmitancji. Na rysunku 11 przedstawiono

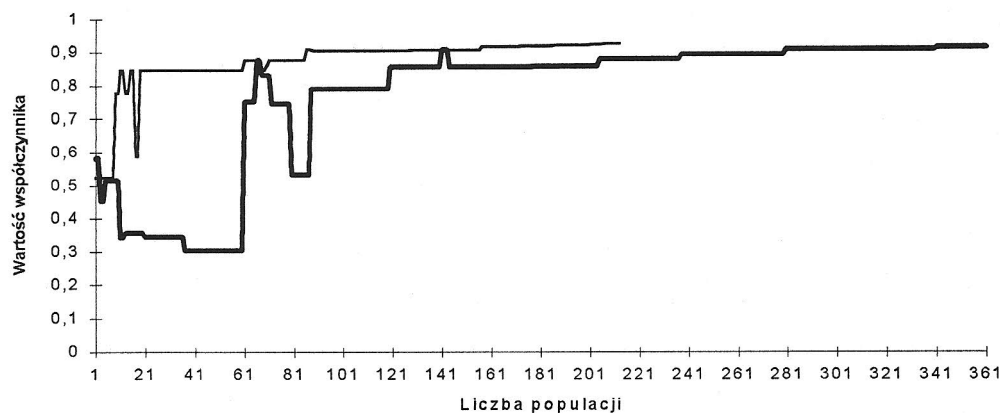
wykres zmian funkcji celu w funkcji ilości populacji dla dwóch przypadków projektowania tego samego filtru.



Rys. 11

Wykres funkcji celu w przypadku nieograniczonej (linia gruba)
i ograniczonej (linia cienka) przestrzeni w kolejnych iteracjach.

Krzywa wykreślona grubszą linią odpowiada procesowi poszukiwania rozwiązania przy stałej, nieograniczonej przestrzeni podczas kolejnych iteracji. Druga, cieńsza krzywa przedstawia proces iteracyjny z eksponencjalnym zawężaniem przedziału możliwych do uzyskania wartości poprawek. W początkowej fazie poszukiwań przedziały $\langle -Pop_{MAX}; Pop_{MAX} \rangle$ w obu przypadkach są duże, co pozwala na znaczną rozpiętość zmian wartości współczynników i tym samym na przeszukiwanie całej przestrzeni rozwiązań. Zachowanie się krzywych jest na tym etapie bardzo zbliżone. Dla dalszych populacji, kiedy algorytm odnalazł interesujące obszary istnienia ekstremów funkcji istotne stają się poszukiwania prowadzone w obrębie tych obszarów. Zbyt duże zmiany współczynników transmitancji powodują skoki w przestrzeni rozwiązań poza interesujący nas rejon i w ten sposób zmniejszają prawdopodobieństwo uzyskania lepszego rozwiązania. Potwierdza to zachowanie się krzywych. Cieńsza utrzymuje tendencję do szybkiej zbieżności również na etapie doprecyzowywania współczynników. W przypadku drugiej krzywej zbieżność jest znacznie wolniejsza i etap precyzyjnego dostrajania współczynników znacznie się wydłuża. Rysunek 12 przedstawia proces ustalania wartości tego samego współczynnika w obu wymienionych wyżej przypadkach.



Rys. 12

Proces ustalania się wartości współczynnika
transmitancji dla przypadków jak z rys. 11

Widać na nim, że wraz ze wzrostem ilości iteracji zmiany współczynnika są coraz mniejsze i średnio od populacji dwusetnej nie przekraczają wartości 0,05. Dlatego też proces eksponencjalnego zawężania przedziału $\langle -Pop_{MAX} ; Pop_{MAX} \rangle$ jest kontynuowany do chwili wygenerowania tej populacji i jest odtąd stały, równy $\langle -0,05 ; 0,05 \rangle$. Dalsze zmniejszanie przedziału powodowało generowanie zbyt małych wartości poprawek i w konsekwencji znaczne spowolnienie zbieżności algorytmu.

Podsumowanie

Zaproponowana metoda projektowania filtrów, wykorzystująca algorytm genetyczny oparty na czterech prostych operacjach, wykazała się dużą efektywnością. Przyjęta strategia działania pozwala na wyselekcjonowanie obiecujących osobników już w ciągu kilkunastu początkowych iteracji. Niekwestionowaną zaletą metody jest znaczna oszczędność objętości implementacji komputerowej. Charakteryzuje się ona w porównaniu z innymi, tradycyjnymi metodami mniejszym skomplikowaniem, pozwala na automatyzację wyboru struktury filtru, umożliwia śledzenie procesu doboru współczynników i ich wpływu na kształt aproksymowanej charakterystyki. Pozwala więc projektantowi na zaznajomienie się z charakterystyką w przypadku minimalnych odchyłeń wartości współczynników oraz na pewien wgląd w możliwość realizacji projektu za pomocą kompromisowej transmitancji niższego rzędu. Elastyczność implementacji i uniwersalność algorytmów genetycznych sprawiają, że przedstawiona tu metoda z powodzeniem może być wykorzystana do rozwiązywania wielu innych zadań inżynierskich, a w szczególności zagadnień doboru i optymalizacji funkcji układowych.

Literatura

- [1] J. K. Skwirzyński: Design Theory and Data for Electrical Filters, D. Van Nostrand Company LTD., London 1965;
- [2] Michał Białko, Andrzej Guziński, Wiesław Sieńko, Jacek Żurada: Filtry aktywne, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1979;
- [3] David E. Goldberg: Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, The University of Alabama, 1989;
- [4] Tomasz Pytlak, Jacek Wiatrowski: Genetic Algorithm in Digital Filter Design, XVIII-th National Conference Circuit Theory and Electronic Circuits, pp 389-394, Polana Zgorzelisko 1995.